

## Marszczone najmniejsze kwadraty i dynamiczne marszczenie czasu

prof. Andrzej Pacut, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, Politechnika Warszawska

Przedstawimy uogólnienie standardowej metody *dynamicznego marszczenia czasu*.

Rozważmy problem porównania dwu (wektorowych) funkcji czasu, dla którego argumenty porównywanych wartości nie są istotne, ważne jest jednak zachowanie następstwa chwil. Przykładem mogą być pomiary funkcji w chwilach czasowych określonych niedokładnie dla każdej z nich. Inny przykład to sygnał mowy, którego lokalna szybkość jest (do pewnego stopnia) niezależna od znaczenia niesionego przez mowę. Technika dynamicznego marszczenia czasu (DTW) z lat 80 XX wieku używa programowania dynamicznego do określenia optymalnej relacji pomiędzy takimi sygnałami. Techniki takie zostały zastosowane z sukcesem do rozpoznawania mowy, a później do porównywania podpisów odręcznych. Popularność tych technik zmniejszyła się na rzecz ukrytych modeli Markowa, jednak pozostają one jedyną nieparametryczną metodą rozwiązywania problemów tej klasy.

Techniki dynamicznego marszczenia czasu mają niestety wiele wad. Po pierwsze, jeden z porównywanych sygnałów musi być wybrany jako sygnał referencyjny, minimalizowany błąd zależy od tego wyboru, zatem oba sygnały nie są równoważne. Po drugie, sygnały mogą być porównywane tylko parami. Następnie, co jest istotne w zastosowaniach, techniki zostały rozwinięte dla sygnałów zdyskretyzowanych; rozwiązanie zależy od kroku dyskretyzacji i nie jest jednostajnie skalowalne tzn. małe zmiany kroku mogą prowadzić do odległych rozwiązań. Wreszcie, metodologia nie jest oparta na modelu probabilistycznym, co uniemożliwia utworzenie dedykowanej analizy statystycznej.

Nowe podejście tutaj dyskutowane określa drogę do rozwiązuje wszystkich powyższych problemów. Jest ono wprowadzone dla sygnałów ciągłych, a dopiero rozwiązanie jest dyskretyzowane, co prowadzi do wyników jednostajnie skalowalnych. W proponowanym podejściu rozważamy sygnały w wielowymiarowej przestrzeni czasów lokalnych, co pozwala na porównywanie wielu sygnałów. Rozróżniamy silne i słabe zachowanie porządku czasu, a co za tym idzie, słabe i mocne marszczenie czasu; obie definicje marszczenia mają swoje szczególne cechy. Wprowadzenie równoważności sygnałów marszczonych pozwala na wytłumaczenie pewnych efektów marszczenia. Sygnały marszczone traktowane są jako realizacje pewnego procesu stochastycznego, co pozwala na określenie własności statystycznych wyników marszczenia. Powyższe rozważania pozwalają na wprowadzenie metodologii marszczonych najmniejszych kwadratów, będącej uogólnieniem metodologii najmniejszych kwadratów, i wykorzystanie odpowiednich technik numerycznych.

Przedstawiona metodologia marszczonych najmniejszych kwadratów została z sukcesem zastosowana do rozpoznawania podpisów z wykorzystaniem podpisu referencyjnego utworzonego na podstawie wielu podpisów.